



Language: **French (Swiss)**

Day: **2**

Mercredi 13 avril 2016

Problème 4. Deux cercles ω_1 et ω_2 de même rayon se coupent en deux points distincts X_1 et X_2 . On considère un cercle ω tangent extérieurement à ω_1 au point T_1 et tangent intérieurement à ω_2 au point T_2 . Prouver que les droites X_1T_1 et X_2T_2 se coupent en un point appartenant à ω .

Problème 5. Soient k et n deux entiers tels que $k \geq 2$ et $k \leq n \leq 2k - 1$. On place des pièces rectangulaires, chacune de taille $1 \times k$ ou $k \times 1$, sur un échiquier $n \times n$, de telle sorte que chaque pièce couvre exactement k cases et sans que deux pièces ne se chevauchent. On procède ainsi jusqu'à ce qu'on ne puisse plus ajouter de pièce de cette manière. Pour tous tels k et n , déterminer le nombre minimal de pièces qui peuvent constituer un tel recouvrement.

Problème 6. Soit S l'ensemble des entiers strictement positifs n tels que n^4 ait un diviseur parmi les nombres $n^2 + 1, n^2 + 2, \dots, n^2 + 2n$. Prouver que l'ensemble S contient une infinité d'éléments de chacune des formes $7m, 7m + 1, 7m + 2, 7m + 5, 7m + 6$, mais ne contient aucun élément de la forme $7m + 3$ ou $7m + 4$, où m est un entier.