



Language: Dutch

Day: 2

Woensdag 13 april 2016

Opgave 4. De twee cirkels ω_1 en ω_2 hebben gelijke straal en snijden in twee verschillende punten X_1 en X_2 . Zij ω een cirkel die uitwendig raakt aan ω_1 in het punt T_1 , en die inwendig raakt aan ω_2 in het punt T_2 . Bewijs dat het snijpunt van de lijnen X_1T_1 en X_2T_2 op ω ligt.

Opgave 5. Laat k en n gehele getallen zijn met $k \geq 2$ en $k \leq n \leq 2k - 1$. Leg rechthoekige tegels, elk met afmetingen $1 \times k$ of $k \times 1$, op een $n \times n$ -schaakbord zodat elke tegel precies k vakjes bedekt en zodat verschillende tegels niet overlappen met elkaar. Blijf dit doen totdat er geen tegel meer bij gelegd kan worden. Bepaal voor elke k en n het minimale aantal tegels dat er in zo'n situatie op het bord kan liggen.

Opgave 6. Zij S de verzameling van positieve gehele getallen n waarvoor geldt dat n^4 een deler heeft die in de verzameling $\{n^2 + 1, n^2 + 2, \dots, n^2 + 2n\}$ zit. Bewijs dat er in S van elk van de vormen $7m$, $7m + 1$, $7m + 2$, $7m + 5$, $7m + 6$ (met m geheel) oneindig veel elementen zijn, en dat er geen elementen zijn van de vorm $7m + 3$ of $7m + 4$ (met m geheel).