



Language: **Bulgarian**

Day: **2**

Сряда, 13 Април, 2016

Задача 4. Окръжностите ω_1 и ω_2 имат равни радиуси и се пресичат в точки X_1 и X_2 . Окръжност ω се допира външно до ω_1 в точка T_1 и вътрешно до ω_2 в точка T_2 . Да се докаже, че правите X_1T_1 и X_2T_2 се пресичат в точка върху окръжността ω .

Задача 5. Нека k и n са цели числа, за които $k \geq 2$ и $k \leq n \leq 2k - 1$. Поставяме правоъгълни плочки с размери $1 \times k$ или $k \times 1$ на шахматна дъска $n \times n$ така, че всяка плочка покрива точно k клетки и плочките не се застъпват. Поставяме плочките до момент, в който не могат да се поставят повече плочки. За всички k и n да се намери минималният брой плочки, които могат да са поставени в този момент.

Задача 6. Нека S е множеството от естествени числа n , за които n^4 има делител измежду числата $n^2 + 1, n^2 + 2, \dots, n^2 + 2n$. Да се докаже, че съществуват безбройно много елементи на S от всеки от видовете $7m, 7m + 1, 7m + 2, 7m + 5, 7m + 6$ и не съществуват елементи на S от вида $7m + 3$ или $7m + 4$, където m е цяло число.