Language: **Slovenian**

Day: **2**

Sreda, 13. april 2016

Naloga 4. Krožnici ω_1 in ω_2 z enakim polmerom se sekata v različnih točkah X_1 in X_2. Krožnica ω naj se od zunaj dotika krožnice ω_1 v točki T_1 in od znotraj dotika krožnice ω_2 v točki T_2. Dokaži, da se premici X_1T_1 in X_2T_2 sekata v točki, ki leži na krožnici ω.

Naloga 5. Naj bosta k in n taki naravni števili, da velja $k \geq 2$ in $k \leq n \leq 2k-1$. Pravokotne ploščice, ki so vsaka velikosti $1 \times k$ ali $k \times 1$, postavljamo na $n \times n$ šahovnico tako, da vsaka ploščica pokrije natanko k polj in se nobeni dve ploščici ne prekrivata. Ploščice postavljamo, dokler ne moremo več na tak način na šahovnico postaviti nobene nove ploščice. Za vsaka taka k in n določi najmanjše možno število ploščic, ki jih lahko na koncu takšna postavitev vsebuje.

Naloga 6. Naj bo S množica vseh takih naravnih števil n, za katera je število n^4 deljivo z vsaj enim od števil $n^2+1, n^2+2, \ldots, n^2+2n$. Dokaži, da S vsebuje neskončno mnogo števil vsake od oblik $7m$, $7m+1$, $7m+2$, $7m+5$, $7m+6$ in ne vsebuje števil oblike $7m+3$ ali $7m+4$, kjer je m celo število.

Čas reševanja: 4 ure in 30 minut
Vsaka naloga je vredna 7 točk.