Onsdag 13. april 2016

Oppgave 4. To sirkler ω_1 og ω_2 har lik radius, og skjærer hverandre i de forskjellige punktene X_1 og X_2. Betrakt en sirkel ω som tangerer ω_1 utvendig i et punkt T_1, og tangerer ω_2 innvendig i et punkt T_2. Vis at linjene X_1T_1 og X_2T_2 skjærer hverandre i et punkt på ω.

Oppgave 5. La k og n være heltall slik at $k \geq 2$ og $k \leq n \leq 2k-1$. Plassér rektangulære brikker, hver på størrelse $1 \times k$ eller $k \times 1$, på et $n \times n$-brett slik at hver brikke dekker nøyaktig k felter, og ingen to brikker overlapper. Gjør dette inntil ingen flere brikker kan plasseres på denne måten. For hver slik k og n, bestem minste mulige antall brikker man ender opp med på brettet.

Oppgave 6. La S være mengden av positive heltall n slik at n^4 har en divisor blant tallene n^2+1, n^2+2, …, n^2+2n. Vis at det finnes uendelig mange elementer i S på hver av formene $7m$, $7m+1$, $7m+2$, $7m+5$, $7m+6$, men ingen elementer i S på formen $7m+3$ or $7m+4$, der m er heltallig.

Tid til disposisjon: 4 timer og 30 minutter
Hver oppgave er verdt 7 poeng