

Trešdien, 2016. gada 13. aprīlī.

4. uzdevums. Divas riņķa līnijas ω_1 un ω_2 ar vienādiem rādiusiem krustojas divos atšķirīgos punktos X_1 un X_2 . Riņķa līnija ω ārēji pieskaras riņķa līnijai ω_1 punktā T_1 un iekšēji pieskaras riņķa līnijai ω_2 punktā T_2 . Pierādīt, ka taisnes X_1T_1 un X_2T_2 krustojas punktā, kurš atrodas uz riņķa līnijas ω .

5. uzdevums. Doti veseli skaitļi k un n tādi, ka $k \geq 2$, un $k \leq n \leq 2k - 1$. Uz šaha galda ar izmēriem $n \times n$ tiek izvietotas taisnstūra veida figūras ar izmēriem $k \times 1$ vai $1 \times k$, tā, ka katra figūra parklāj precīzi k blakus esošus lauciņus, un nekādas divas figūras savstarpēji nepārklājas. Figūras šādi tiek izvietotas tik ilgi, līdz vairs nav iespējams izvietot nevienu no abu veidu figūrām. Nosakiet katriem k un n minimālo figūru skaitu šādam izvietojumam.

6. uzdevums. Kopa S ir tādu naturālo skaitļu n kopa, kuriem n^4 dalās ar kādu skaitli no skaitļu rindas $n^2 + 1, n^2 + 2, \dots, n^2 + 2n$.

Pierādiet, ka kopa S satur bezgalīgi daudz skaitļus katrā no šādām formām: $7m, 7m + 1, 7m + 2, 7m + 5, 7m + 6$, un nesatur nevienu skaitli formā $7m + 3$ vai $7m + 4$ (m ir vesels skaitlis).