Woensdag 13 april 2016

Opgave 4. De twee cirkels ω_1 en ω_2 hebben gelijke straal en snijden in twee verschillende punten X_1 en X_2. Zij ω een cirkel die uitwendig raakt aan ω_1 in het punt T_1, en die inwendig raakt aan ω_2 in het punt T_2. Bewijs dat het snijpunt van de lijnen X_1T_1 en X_2T_2 op ω ligt.

Opgave 5. Laat k en n gehele getallen zijn met $k \geq 2$ en $k \leq n \leq 2k-1$. Leg rechthoekige tegels, elk met afmetingen $1 \times k$ of $k \times 1$, op een $n \times n$-schaakbord zodat elke tegel precies k vakjes bedekt en zodat verschillende tegels niet overlappen met elkaar. Blijf dit doen totdat er geen tegel meer bij gelegd kan worden. Bepaal voor elke k en n het minimale aantal tegels dat er in zo'n situatie op het bord kan liggen.

Opgave 6. Zij S de verzameling van positieve gehele getallen n waarvoor geldt dat n^4 een deler heeft die in de verzameling $\{n^2+1, n^2+2, \ldots, n^2+2n\}$ zit. Bewijs dat er in S van elk van de vormen $7m$, $7m+1$, $7m+2$, $7m+5$, $7m+6$ (met m geheel) oneindig veel elementen zijn, en dat er geen elementen zijn van de vorm $7m+3$ of $7m+4$ (met m geheel).

Beschikbare tijd: 4 uur en 30 minuten
Elke opgave is 7 punten waard