

Srijeda, 13. april 2016.

Zadatak 4. Dva kruga, k_1 i k_2 , jednakih poluprečnika, se sijeku u različitim tačkama X_1 i X_2 . Posmatrajmo krug k koji izvana dodiruje k_1 u tački T_1 , i iznutra dodiruje k_2 u tački T_2 . Dokazati da se prave X_1T_1 i X_2T_2 sijeku u tački koja leži na k .

Zadatak 5. Neka su k i n prirodni brojevi takvi da je $k \geq 2$ i $k \leq n \leq 2k - 1$. Postavljajmo pravougaone pločice, pri čemu je svaka $1 \times k$ ili $k \times 1$, na ploču jediničnih ćelija dimenzija $n \times n$ tako da svaka pločica pokriva tačno k ćelija, i nikoje dvije pločice se ne preklapaju. Ovo radimo sve dok je moguće dodati novu pločicu. Za sve takve brojeve k i n , odrediti minimalan broj pločica koji konačna konfiguracija može sadržavati.

Zadatak 6. Neka je S skup svih prirodnih brojeva n takvih da je n^4 djeljiv barem jednim od brojeva iz skupa $\{n^2 + 1, n^2 + 2, \dots, n^2 + 2n\}$. Dokazati da u S postoji beskonačno mnogo elemenata svakog od oblika $7m, 7m + 1, 7m + 2, 7m + 5, 7m + 6$ i da nijedan element iz S nije oblika $7m + 3$ ili $7m + 4$, gdje je m cijeli broj.