



Language: Turkish

Day: 1

Salı, 12 Nisan, 2016

**Soru 1.**  $n$  bir pozitif tam tek sayı ve  $x_1, x_2, \dots, x_n$  negatif olmayan gerçel sayılar olmak üzere,

$$\min_{i=1, \dots, n} (x_i^2 + x_{i+1}^2) \leq \max_{j=1, \dots, n} (2x_j x_{j+1}),$$

olduğunu gösteriniz. Burada  $x_{n+1} = x_1$ .

**Soru 2.** Bir  $ABCD$  kirişler dörtgeninin  $AC$  ve  $BD$  köşegenleri  $X$  noktasında kesişiyor.  $CX$ ,  $DX$  ve  $CD$  doğru parçalarının orta noktaları sırasıyla  $C_1$ ,  $D_1$  ve  $M$  olsun.  $AD_1$  ve  $BC_1$  doğruları  $Y$  noktasında kesişiyor.  $MY$  doğrusu  $AC$  ve  $BD$  köşegenlerini sırasıyla birbirinden farklı  $E$  ve  $F$  noktalarında kesiyor.  $XY$  doğrusunun  $E$ ,  $F$  ve  $X$  noktalarından geçen çembere teğet olduğunu gösteriniz.

**Soru 3.**  $m$  bir pozitif tam sayı olmak üzere,  $4m \times 4m$  satranç tahtasının aynı satır veya aynı sütununda yerleşen birbirlerinden farklı herhangi iki birim karesi birbirleriyle *arkadaş* tır. Her birim kare kendisi ile arkadaş değildir. Bazı birim kareler mavi renge, her birim karenin en az iki arkadaş birim karesi mavi olacak biçimde boyanıyor. Mavi renge boyalı birim kare sayısının en az kaç olabileceğini belirleyiniz.