Language: Macedonian

Day: 1

Вторник, 12 Април , 2016

Задача 1. Нека n е непарен позитивен цел број, и нека $x_1, x_2, ..., x_n$ се ненегативни реални броеви. Докажи дека

$$\min_{i=1,2,\dots,n} (x_i^2 + x_{i+1}^2) \leq \max_{j=1,2,\dots,n} \left(2x_j x_{j+1}\right)$$

каде што $x_{n+1} = x_1$.

Задача 2. Нека $ABCD$ е тетивен четириаголник, и нека неговите дијагонали AC и BD се сечат во точката X. Нека C_1, D_1 и M се средини на отсечките CX, DX и CD, соодветно. Правите AD_1 и BC_1 се сечат во точката Y, а правата MY ги сече дијагоналите AC и BD во различни точки E и F, соодветно. Докажи дека правата XY е тангента на опишаната кружница околу триаголникот EFX.

Задача 3. Нека m е позитивен цел број. Разгледуваме $4m \times 4m$ квадратна шема составена од единечни квадрати. За два различни единечни квадрати велиме дека се *сродни* ако тие се или во иста редица или се во иста колона од квадратната шема. Било кој единечен квадрат од квадратната шема не е сроден сам со себе. Некои единечни квадрати од квадратната шема се обоени во плаво, така што секој единечен квадрат од квадратната шема е сроден со најмалку два плави единечни квадрати. Да се определи минималниот можен број на плави единечни квадрати.

Language: Macedonian

Време за работа: 4 часа и 30 минути
Секоја задача се вреднува со 7 поени