



Language: **Lithuanian**

Day: **1**

2016 m. balandžio 12 d., antradienis

**1 uždavinys.** Duoti nelyginis natūralusis skaičius  $n$  ir neneigiami realieji skaičiai  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Įrodykite, kad

$$\min_{i=1, \dots, n} (x_i^2 + x_{i+1}^2) \leq \max_{j=1, \dots, n} (2x_j x_{j+1}).$$

Čia  $x_{n+1} = x_1$ .

**2 uždavinys.** Keturkampis  $ABCD$  įbrėžtas į apskritimą, įstrižainės  $AC$  ir  $BD$  kertasi taške  $X$ . Atkarpų  $CX$ ,  $DX$  ir  $CD$  vidurio taškai atitinkamai pažymėti  $C_1$ ,  $D_1$  ir  $M$ . Tiesės  $AD_1$  ir  $BC_1$  kertasi taške  $Y$ , o tiesė  $MY$  kerta įstrižaines  $AC$  ir  $BD$  atitinkamai (skirtinguose) taškuose  $E$  ir  $F$ . Įrodykite, kad tiesė  $XY$  liečia apskritimą, einantį per taškus  $E$ ,  $F$  ir  $X$ .

**3 uždavinys.** Duotas natūralusis skaičius  $m$ . Nagrinėkime kvadratinę lentą, sudarytą iš  $4m \times 4m$  vienetinių langelių. Du skirtingi langeliai yra *giminingi*, kai jie yra vienoje eilutėje arba viename stulpelyje. Langelis nėra giminingas pats sau. Kai kurie langeliai nudažyti mėlynai. Bet kuris langelis giminingas mažiausiai dviem mėlyniams. Nustatykite, kiek mažiausiai langelių galėjo būti nudažyta.