



Language: **Latvian**

Day: **1**

Otrdien, 2016. gada 12. aprīlī.

1. uzdevums. Skaitlis n ir naturāls nepāra skaitlis, un x_1, x_2, \dots, x_n ir nenegatīvi reāli skaitļi. Pierādiet, ka

$$\min_{i=1, \dots, n} (x_i^2 + x_{i+1}^2) \leq \max_{j=1, \dots, n} (2x_j x_{j+1}),$$

kur $x_{n+1} = x_1$.

2. uzdevums. Riņķa līnijā ievilkta četrstūra $ABCD$ diagonāles AC un BD krustojas punktā X . Punkti C_1, D_1 un M ir attiecīgi nogriežņu CX, DX un CD viduspunkti. Taisnes AD_1 un BC_1 krustojas punktā Y , un taisne MY krusto diagonāles AC un BD attiecīgi divos atšķirīgos punktos E un F . Pierādiet, ka taisne XY ir pieskare riņķa līnijai, kas novilkta caur punktiem E, F un X .

3. uzdevums. Dots naturāls skaitlis m . Aplūkosim $4m \times 4m$ rūtiņu laukumu. Teiksim, ka rūtiņa ir *saistīta* ar citu rūtiņu, ja abas rūtiņas atrodas vai nu vienā rindā vai vienā kolonnā. Nekādas citas rūtiņas nav *saistītas* savā starpā, tai skaitā, rūtiņa nav *saistīta* pati ar sevi.

Dažas rūtiņas nokrāsotas zilā krāsā tā, ka katra laukuma rūtiņa ir *saistīta* ar vismaz divām zilām rūtiņām. Nosakiet mazāko iespējamo zilo rūtiņu skaitu.