



Language: Italian

Day: 1

martedì 12 aprile 2016

Problema 1. Sia n un intero positivo dispari e siano x_1, x_2, \dots, x_n numeri reali non negativi. Si dimostri che

$$\min_{i=1, \dots, n} (x_i^2 + x_{i+1}^2) \leq \max_{j=1, \dots, n} (2x_j x_{j+1}),$$

dove $x_{n+1} = x_1$.

Problema 2. Sia $ABCD$ un quadrilatero ciclico, e sia X l'intersezione delle diagonali AC e BD . Siano C_1, D_1 ed M i punti medi dei segmenti CX, DX e CD rispettivamente. Le rette AD_1 e BC_1 si intersecano nel punto Y e la retta MY interseca le diagonali AC e BD in due punti distinti, rispettivamente E ed F . Dimostrare che la retta XY è tangente alla circonferenza che passa per E, F e X .

Problema 3. Sia m un intero positivo. Si consideri una tabella $4m \times 4m$ formata da caselle unitarie. Due caselle distinte si dicono *parenti* se si trovano sulla stessa riga o sulla stessa colonna; nessuna casella è parente di se stessa. Alcune caselle sono colorate di blu, in modo tale che ciascuna casella abbia almeno due parenti blu. Si determini il minimo numero possibile di caselle blu.