

Salı, 12 Nisan, 2016

Soru 1. n bir pozitif tam tek sayı ve x_1, x_2, \dots, x_n negatif olmayan gerçel sayılar olmak üzere,

$$\min_{i=1, \dots, n} (x_i^2 + x_{i+1}^2) \leq \max_{j=1, \dots, n} (2x_j x_{j+1}),$$

olduğunu gösteriniz. Burada $x_{n+1} = x_1$.

Soru 2. Bir $ABCD$ kirişler dörtgeninin AC ve BD köşegenleri X noktasında kesişiyor. CX , DX ve CD doğru parçalarının orta noktaları sırasıyla C_1 , D_1 ve M olsun. AD_1 ve BC_1 doğruları Y noktasında kesişiyor. MY doğrusu AC ve BD köşegenlerini sırasıyla birbirinden farklı E ve F noktalarında kesiyor. XY doğrusunun E , F ve X noktalarından geçen çembere teğet olduğunu gösteriniz.

Soru 3. m bir pozitif tam sayı olmak üzere, $4m \times 4m$ satranç tahtasının aynı satır veya aynı sütununda yerleşen birbirlerinden farklı herhangi iki birim karesi birbirleriyle *arkadaş* tır. Her birim kare kendisi ile arkadaş değildir. Bazı birim kareler mavi renge, her birim karenin en az iki arkadaş birim karesi mavi olacak biçimde boyanıyor. Mavi renge boyalı birim kare sayısının en az kaç olabileceğini belirleyiniz.