

Utorak, 12.4.2016.

Zadatak 1. Dat je neparan prirodan broj n , i nenegativni realni brojevi x_1, x_2, \dots, x_n . Pokazati da važi

$$\min_{i=1, \dots, n} (x_i^2 + x_{i+1}^2) \leq \max_{j=1, \dots, n} (2x_j x_{j+1}),$$

gde je $x_{n+1} = x_1$.

Zadatak 2. Dat je tetivni četvorougao $ABCD$ čije se dijagonale AC i BD seku u tački X . Sa C_1 , D_1 i M označimo središta duži CX , DX i CD , respektivno. Prave AD_1 i BC_1 seku se u tački Y , dok prava MY seče dijagonale AC i BD u različitim tačkama E i F , respektivno. Dokazati da je prava XY tangenta kružnice koja sadrži tačke E , F i X .

Zadatak 3. Dat je prirodan broj m . Posmatrajmo kvadratnu mrežu jediničnih kvadrata dimenzija $4m \times 4m$. Za dva različita jedinična kvadrata kažemo da su *srodni* ako su u istoj vrsti ili u istoj koloni. Nijedan jedinični kvadrat nije srodan sa samim sobom. Neki jedinični kvadrati su obojeni u plavo, tako da je svaki jedinični kvadrat srodan sa bar dva plava jedinična kvadrata. Odrediti minimalan mogući broj plavih jediničnih kvadrata.