

Otrdien, 2016. gada 12. aprīlī.

**1. uzdevums.** Skaitlis  $n$  ir naturāls nepāra skaitlis, un  $x_1, x_2, \dots, x_n$  ir nenegatīvi reāli skaitļi. Pierādiet, ka

$$\min_{i=1, \dots, n} (x_i^2 + x_{i+1}^2) \leq \max_{j=1, \dots, n} (2x_j x_{j+1}),$$

kur  $x_{n+1} = x_1$ .

**2. uzdevums.** Riņķa līnijā ievilkta četrstūra  $ABCD$  diagonāles  $AC$  un  $BD$  krustojas punktā  $X$ . Punkti  $C_1, D_1$  un  $M$  ir attiecīgi nogriežņu  $CX, DX$  un  $CD$  viduspunkti. Taisnes  $AD_1$  un  $BC_1$  krustojas punktā  $Y$ , un taisne  $MY$  krusto diagonāles  $AC$  un  $BD$  attiecīgi divos atšķirīgos punktos  $E$  un  $F$ . Pierādiet, ka taisne  $XY$  ir pieskare riņķa līnijai, kas novilkta caur punktiem  $E, F$  un  $X$ .

**3. uzdevums.** Dots naturāls skaitlis  $m$ . Aplūkosim  $4m \times 4m$  rūtiņu laukumu. Teiksim, ka rūtiņa ir *saistīta* ar citu rūtiņu, ja abas rūtiņas atrodas vai nu vienā rindā vai vienā kolonnā. Nekādas citas rūtiņas nav *saistītas* savā starpā, tai skaitā, rūtiņa nav *saistīta* pati ar sevi.

Dažas rūtiņas nokrāsotas zilā krāsā tā, ka katra laukuma rūtiņa ir *saistīta* ar vismaz divām zilām rūtiņām. Nosakiet mazāko iespējamo zilo rūtiņu skaitu.