Tuesday, April 12, 2016

ამოცანა N1. დავუშვათ , n კენტი ნატურალური რიცხვია, ხოლო, $x_1, \dots, x_n$ არაუარყოფითი ნამდვილი რიცხვები. დაამტკიცეთ,რომ,თუ $x_{n+1} = x_1$ მაშინ სამართლიანია უტოლობა:

$$\min(x_j^2 + x_{j+1}^2) \leq \max(2x_i x_{i+1}) \quad \textit{სადაც,} \quad j = 1 \dots n \quad \textit{და} \quad i = 1 \dots n.$$

ამოცანა N2. ABCD ციკლური ოთხკუთხედია. AC და BD დიაგონალები იკვეთებიან X წერტილში. ვთქვათ, C_1 , D_1 და M წერტილები არიან შესაბამისად CX, DX და CD მონაკვეთების შუაწერტილები. AD_1 და BC_1 წრფეები იკვეთებიან Y წერტილში და MY წრფე კვეთს AC და BD დიაგონალებს შესაბამისად E და F წერტილებში. დაამტკიცეთ,რომ XY წრფე ეხება წრეწირს რომელიც გაივლება E, F და X წერტილებზე.

ამოცანა N3. ვთქვათ m მთელი დადებითი რიცხვია. განვიხილოთ ერთეულოვანი ზომის კვადრატული უჯრებისგან შედგენილი $4m \times 4m$ ცხრილი. ვიტყვით ,რომ ამ ცხრილის ორი განსხვავებული უჯრა ენათესავება ერთმანეთს თუ,ისინი განლაგებულნი არიან ცხრილის ერთსა და იმავე სტრიქონში ან სვეტში. ამასთან, არცერთი უჯრა არ ენათესავება თავის თავს. ამ ცხრილის ზოგიერთი უჯრა ლურჯად შეღებეს,ისე რომ, ცხრილის ყოველი უჯრა ენათესავება მინიმუმ ორ ლურჯ უჯრას. ცხრილის უჯრების რა უმცირესი რაოდენობის შეღებვის შედეგად შეიძლება შესრულებულიყო ეს პირობა.

დრო: 4 საათი და 30 წუთი
თითოეული ამოცანა ფასდება 7 ქულით