

Utorak, 12. april 2016.

Zadatak 1. Neka je n neparan prirodan broj, i neka su x_1, x_2, \dots, x_n nenegativni realni brojevi. Dokazati da vrijedi

$$\min_{i=1, \dots, n} (x_i^2 + x_{i+1}^2) \leq \max_{j=1, \dots, n} (2x_j x_{j+1}),$$

gdje je $x_{n+1} = x_1$.

Zadatak 2. Neka je $ABCD$ tetivni četverougao, i neka se dijagonale AC i BD sijeku u X . Neka su C_1, D_1 i M sredine duži CX, DX i CD , respektivno. Prave AD_1 i BC_1 se sijeku u Y , a prava MY siječe dijagonale AC i BD u različitim tačkama E i F , respektivno. Dokazati da prava XY dodiruje kružnicu koja prolazi kroz E, F i X .

Zadatak 3. Neka je m prirodan broj. Posmatrajmo ploču jediničnih ćelija dimenzija $4m \times 4m$. Dvije različite ćelije su *povezane* ako se nalaze u istom redu ili u istoj koloni. Nijedna ćelija nije povezana sa sobom. Neke ćelije su obojene u plavo, tako da je svaka ćelija povezana sa još barem dvije plave ćelije. Naći minimalan mogući broj plavih ćelija.