Petek, 17. april 2015

Naloga 4. Določi ali obstaja neskončno zaporedje $a_1, a_2, a_3, \ldots$ naravnih števil, ki zadošča enakosti

$$a_{n+2} = a_{n+1} + \sqrt{a_{n+1} + a_n}$$

za vsako naravno število n.

Naloga 5. Naj bosta m in n naravni števili in $m > 1$. Anastazija razdeli števila $1, 2, \ldots, 2m$ v m parov. Boris nato izbere eno število iz vsakega para in izbrana števila sešteje. Dokaži, da lahko Anastazija pare izbere tako, da vsota števil, ki jih izbere Boris, ne more biti enaka n.

Naloga 6. Naj bo H višinska točka in G težišče ostrokotnega trikotnika $\triangle ABC$, kjer $|AB| \neq |AC|$. Premica AG seka krožnico očrtano trikotniku $\triangle ABC$ v točkah A in P. Naj bo P' zrcalna slika točke P čez premico BC. Dokaži, da je $\angle CAB = 60°$ natanko tedaj, ko je $|HG| = |GP'|$.