Vineri, 17 aprilie 2015

Problema 4. Determinaţi dacă există un şir infinit de numere întregi strict pozitive $a_1, a_2, a_3, \ldots$, care să îndeplinească egalitatea

$$a_{n+2} = a_{n+1} + \sqrt{a_{n+1} + a_n}$$

pentru orice număr întreg strict pozitiv n.

Problema 5. Fie m, n numere întregi strict pozitive, cu $m > 1$. Anastasia partiţionează numerele întregi $1, 2, \ldots, 2m$ în m perechi. Boris alege apoi câte un număr din fiecare pereche şi află suma numerelor alese. Demonstraţi că Anastasia poate forma perechile astfel încât Boris să nu poată obţine o sumă egală cu n.

Problema 6. Fie H ortocentrul şi G centrul de greutate al triunghiului ascuţitunghic ABC, cu $AB \neq AC$. Dreapta AG taie cercul circumscris triunghiului ABC în A şi P. Fie P' simetricul lui P faţă de dreapta BC. Demonstraţi că $\angle CAB = 60^\circ$ dacă şi numai dacă $HG = GP'$.