EGMO | 2015
European Girls' Mathematical Olympiad
Minsk, Belarus

Language: **Norwegian**

Day: 2

Fredag 17. april 2015

Oppgave 4. Bestem om det finnes en uendelig følge av positive heltall $a_1, a_2, a_3, \ldots$ som tilfredsstiller

$$a_{n+2} = a_{n+1} + \sqrt{a_{n+1} + a_n}$$

for ethvert positivt heltall n.

Oppgave 5. La m og n være positive heltall med $m > 1$. Anastasia splitter heltallene $1, 2, \ldots, 2m$ opp i m par. Deretter velger Boris ett tall fra hvert par, og beregner summen av de valgte tallene. Vis at Anastasia kan forme parene på en slik måte at Boris ikke kan få summen til å bli n.

Oppgave 6. La H være ortosenteret og G tyngdepunktet i den spissvinklede trekanten ABC med $AB \neq AC$. Linjen AG skjærer ABC-s omsirkel i A og P. La P' være speilbildet til P om linjen BC. Vis at $\angle CAB = 60^\circ$ hvis og bare hvis $HG = GP'$.