2015 m. balandžio 17 d., penktadienis

4 uždavinys. Nustatykite, ar egzistuoja begalinė natūraliųjų skaičių seka $a_1, a_2, a_3, \ldots$, su bet kokiu natūraliuoju n tenkinanti lygybę

$$a_{n+2} = a_{n+1} + \sqrt{a_{n+1} + a_n}.$$

5 uždavinys. Skaičiai m, n yra natūralieji ir $m > 1$. Anastasija suskirsto skaičius $1, 2, \ldots, 2m$ į m porų. Tada Borisas pasirenka po skaičių iš kiekvienos poros ir randa pasirinktųjų skaičių sumą. Įrodykite, kad Anastasija gali taip sudaryti poras, kad Borisas niekaip negalėtų gauti sumos, lygios n.

6 uždavinys. Smailiojo trikampio ABC ($AB \neq AC$) aukštinės kertasi taške H, o pusiaukraštinės – taške G. Tiesė AG kerta trikampio ABC apibrėžtinį apskritimą taškuose A ir P. Taško P atspindys tiesės BC atžvilgiu pažymėtas P'. Įrodykite, kad $\angle CAB = 60°$ tada ir tik tada, kai $HG = GP'$.

Darbo trukmė: 4 valandos 30 minučių
Kiekvieno uždavinio vertė yra 7 taškai