



EGMO | 2015  
European Girls' Mathematical Olympiad  
Minsk, Belarus

Language: **Latvian**

Day: **2**

*Piektdien, 2015. gada 17. aprīlī.*

**4. uzdevums.** Noskaidrot, vai eksistē tāda bezgalīga naturālu skaitļu virkne  $a_1, a_2, a_3, \dots$ , kurai katram naturālam skaitlim  $n$  izpildās sakarība

$$a_{n+2} = a_{n+1} + \sqrt{a_{n+1} + a_n}.$$

**5. uzdevums.** Doti naturāli skaitļi  $m$  un  $n$ . Skaitlis  $m > 1$ . Anna skaitļus  $1, 2, \dots, 2m$  sadala  $m$  pāros. Tad Beta izvēlās vienu skaitli no katra pāra un aprēķina visu izvēlēto skaitļu summu. Pierādīt, ka Anna var izvēlēties pārus tā, lai Betai nekad neizdotos summā iegūt skaitli  $n$ .

**6. uzdevums.** Punkts  $H$  ir šaurleņķa trijstūra  $ABC$ ,  $AB \neq AC$ , augstumu krustpunkts, bet  $G$  ir tā mediānu krustpunkts. Taisne  $AG$  krusto  $\triangle ABC$  apvilktu riņķa līniju punktos  $A$  un  $P$ . Punkts  $P'$  ir punktam  $P$  simetrisks punkts attiecībā pret taisni  $BC$ . Pierādīt, ka  $\angle CAB = 60^\circ$  tad un tikai tad, ja  $HG = GP'$ .