



EGMO | 2015
European Girls' Mathematical Olympiad
Minsk, Belarus

Language: **Italian**

Day: **2**

Venerdì, 17 aprile 2015

Problema 4. Determinare se esiste una successione infinita a_1, a_2, a_3, \dots di interi positivi che soddisfi l'uguaglianza

$$a_{n+2} = a_{n+1} + \sqrt{a_{n+1} + a_n}$$

per ogni intero positivo n .

Problema 5. Siano m, n interi positivi tali che $m > 1$. Anastasia partiziona l'insieme degli interi $1, 2, \dots, 2m$ in m coppie. Boris sceglie quindi un intero da ciascuna coppia e calcola la somma degli interi scelti. Mostrare che Anastasia può fissare le m coppie in modo tale che Boris non possa ottenere una somma uguale a n .

Problema 6. Siano H l'ortocentro e G il baricentro di un triangolo acutangolo $\triangle ABC$ tale che $AB \neq AC$. La retta AG interseca la circonferenza circoscritta ad $\triangle ABC$ in A e P . Sia P' il simmetrico di P rispetto alla retta BC . Mostrare che $\widehat{C\hat{A}B} = 60^\circ$ se e solo se $HG = GP'$.