



EGMO | 2015  
European Girls' Mathematical Olympiad  
Minsk, Belarus

Language: German

Day: 2

Freitag, 17. April 2015

**Aufgabe 4.** Bestimme, ob es eine unendlich lange Folge  $a_1, a_2, a_3, \dots$  positiver ganzer Zahlen gibt, welche für jede positive ganze Zahl  $n$  die Gleichung

$$a_{n+2} = a_{n+1} + \sqrt{a_{n+1} + a_n}$$

erfüllt.

**Aufgabe 5.** Seien  $m, n$  positive ganze Zahlen mit  $m > 1$ . Anastasia teilt die Zahlen  $1, 2, \dots, 2m$  in  $m$  Paare auf. Boris wählt dann aus jedem Paar eine Zahl und berechnet die Summe der gewählten Zahlen. Zeige: Anastasia kann die Paare so auswählen, dass Boris keine Summe bilden kann, welche den Wert  $n$  hat.

**Aufgabe 6.** Sei  $H$  der Höhenschnittpunkt und  $G$  der Schwerpunkt des spitzwinkligen Dreiecks  $ABC$  mit  $AB \neq AC$ . Die Gerade  $AG$  schneide den Umkreis des Dreiecks  $ABC$  in  $A$  und  $P$ . Sei  $P'$  die Spiegelung von  $P$  an der Geraden  $BC$ . Zeige, dass  $\angle CAB = 60^\circ$  genau dann wenn  $HG = GP'$ .