Vrijdag 17 april 2015

Opgave 4. Bepaal of er een oneindige rij $a_1, a_2, a_3, \ldots$ van positieve gehele getallen bestaat met de eigenschap dat

$$a_{n+2} = a_{n+1} + \sqrt{a_{n+1} + a_n}$$

voor elke positieve gehele n geldt.

Opgave 5. Laat m, n positieve gehele getallen zijn met $m > 1$. Anastasia deelt de getallen $1, 2, \ldots, 2m$ op in m paren. Daarna kiest Boris één getal van elk paar en berekent de som van deze gekozen getallen. Bewijs dat Anastasia de paren zo kan maken dat Boris niet op een som gelijk aan n kan uitkomen.

Opgave 6. Zij H het hoogtepunt en G het zwaartepunt van een scherphoekige driehoek $\triangle ABC$ met $|AB| \neq |AC|$. De lijn AG snijdt de omgeschreven cirkel van $\triangle ABC$ in A en P. Zij P' de spiegeling van P in de lijn BC. Bewijs dat $\angle CAB = 60°$ dan en slechts dan als $|HG| = |GP'|$.

Beschikbare tijd: 4 uur en 30 minuten
Elke opgave is 7 punten waard