



EGMO | 2015
European Girls' Mathematical Olympiad
Minsk, Belarus

Language: Arabic (Tunisian)

Day: 2

4. حدد إذا ما وجد عدد غير منتهى من المتتابة a_1, a_2, a_3, \dots من الأعداد الصحيحة الطبيعية المخالفة للصفر بحيث تحقق المساواة:

$$a_{n+2} = a_{n+1} + \sqrt{a_{n+1} + a_n}$$

لكل عدد صحيح طبيعي n مخالف للصفر.

5. نعتبر m, n عددين صحيحين طبيعيين مخالفين للصفر بحيث $m > 1$. قسّمت نورا الأعداد الصحيحة $1, 2, \dots, 2m$ إلى m من الثنائيات، بعد ذلك اختارت نزيهة عدداً صحيحاً واحداً من كل ثنائي ثم حسبت مجموع هذه الأعداد الصحيحة المختارة. أثبت أن نورا بإمكانها أن تختار الثنائيات بحيث أن نزيهة لا تستطيع أن تجعل من المجموع مساوي لـ n .

6. نعتبر H نقطة تقاطع ارتفاعات المثلث ABC ذو الزوايا الحادة و G نقطة تقاطع موسطاته بحيث $AB \neq AC$. المستقيم (AG) يقطع الدائرة المحيطة بالمثلث ABC في A و P . نعتبر P' هي نظيرة P بالنسبة للمستقيم (BC) . أثبت أن $\widehat{CAB} = 60^\circ$ إذا وفقط إذا $HG = GP'$.

مدة الأختبار: 4 ساعات ونصف

يخصص لكل سؤال 7 نقاط