*Viernes 17 de abril de 2015*

**Problema 4.** Determina si existe una sucesión infinita $a_1, a_2, a_3, \ldots$ de enteros positivos que satisface la igualdad

$$a_{n+2} = a_{n+1} + \sqrt{a_{n+1} + a_n}$$

para todo entero positivo $n$.

**Problema 5.** Sean $m$ y $n$ enteros positivos con $m > 1$. Anastasia particiona el conjunto de enteros $1, 2, \ldots, 2m$ en $m$ parejas. Luego Boris escoge un entero de cada pareja y suma los enteros escogidos. Demuestra que Anastasia puede elegir las parejas de manera que Boris no pueda hacer que su suma sea igual a $n$.

**Problema 6.** Sea $H$ el ortocentro y $G$ el gravicentro del triángulo acutángulo $\triangle ABC$, con $AB \neq AC$. La línea $AG$ intersecta al circuncírculo de $\triangle ABC$ en $A$ y en $P$. Sea $P'$ la reflexión de $P$ en la línea $BC$. Demuestra que $\angle CAB = 60^\circ$ si y solo si $HG = GP'$.



Tiempo: 4 horas y 30 minutos
Cada problema vale 7 puntos