petak, 17. april 2015.

Zadatak 4. Odrediti da li postoji beskonačan niz $a_1, a_2, a_3, \ldots$ prirodnih brojeva takav da jednakost

$$a_{n+2} = a_{n+1} + \sqrt{a_{n+1} + a_n}$$

važi za svaki prirodan broj n.

Zadatak 5. Neka su m, n prirodni brojevi i $m > 1$. Anastazija particioniše brojeve $1, 2, \ldots, 2m$ u m parova. Zatim Boris bira jedan broj iz svakog para i nalazi sumu izabranih brojeva. Dokazati da Anastazija može formirati parove tako da Boris ne može da dobije sumu jednaku n.

Zadatak 6. Neka je H ortocentar i G težište oštrouglog trougla $\triangle ABC$ sa $AB \neq AC$. Prava AG seče krug opisan oko trougla $\triangle ABC$ u A i P. Neka je P' tačka simetrična tački P u odnosu na pravu BC. Dokazati da $\angle CAB = 60^\circ$ ako i samo ako $HG = GP'$.

Vreme: 4 sata i 30 minuta
Svaki problem vredi 7 poena.