

Vineri, 17 aprilie 2015

Problema 4. Determinați dacă există un șir infinit de numere întregi strict pozitive a_1, a_2, a_3, \dots , care să îndeplinească egalitatea

$$a_{n+2} = a_{n+1} + \sqrt{a_{n+1} + a_n}$$

pentru orice număr întreg strict pozitiv n .

Problema 5. Fie m, n numere întregi strict pozitive, cu $m > 1$. Anastasia partiționează numerele întregi $1, 2, \dots, 2m$ în m perechi. Boris alege apoi câte un număr din fiecare pereche și află suma numerelor alese. Demonstrați că Anastasia poate forma perechile astfel încât Boris să nu poată obține o sumă egală cu n .

Problema 6. Fie H ortocentrul și G centrul de greutate al triunghiului ascuțitunghic ABC , cu $AB \neq AC$. Dreapta AG taie cercul circumscris triunghiului ABC în A și P . Fie P' simetricul lui P față de dreapta BC . Demonstrați că $\angle CAB = 60^\circ$ dacă și numai dacă $HG = GP'$.