Freitag, 17. April 2015

Aufgabe 4. Bestimme, ob es eine unendlich lange Folge $a_1, a_2, a_3, \ldots$ positiver ganzer Zahlen gibt, welche für jede positive ganze Zahl n die Gleichung

$$a_{n+2} = a_{n+1} + \sqrt{a_{n+1} + a_n}$$

erfüllt.

Aufgabe 5. Seien m, n positive ganze Zahlen mit $m > 1$. Anastasia teilt die Zahlen $1, 2, \ldots, 2m$ in m Paare auf. Boris wählt dann aus jedem Paar eine Zahl und berechnet die Summe der gewählten Zahlen. Zeige: Anastasia kann die Paare so auswählen, dass Boris keine Summe bilden kann, welche den Wert n hat.

Aufgabe 6. Sei H der Höhenschnittpunkt und G der Schwerpunkt des spitzwinkligen Dreiecks ABC mit $AB \neq AC$. Die Gerade AG schneide den Umkreis des Dreiecks ABC in A und P. Sei P' die Spiegelung von P an der Geraden BC. Zeige, dass $\angle CAB = 60^\circ$ genau dann wenn $HG = GP'$.

Zeit: 4 Stunden und 30 Minuten
Bei jeder Aufgabe können 7 Punkte erreicht werden.