

Vendredi 17 avril 2015

**Problème 4.** Déterminer s'il existe une suite infinie  $a_1, a_2, a_3, \dots$  d'entiers strictement positifs satisfaisant l'égalité

$$a_{n+2} = a_{n+1} + \sqrt{a_{n+1} + a_n}$$

pour tout entier strictement positif  $n$ .

**Problème 5.** Soient  $m$  et  $n$  deux entiers strictement positifs avec  $m > 1$ . Anastasia partitionne les entiers  $1, 2, \dots, 2m$  en  $m$  paires. Ensuite, Boris choisit un entier dans chaque paire et calcule la somme de ces entiers choisis. Prouver qu'Anastasia peut sélectionner les paires de telle sorte que Boris ne puisse pas obtenir une somme égale à  $n$ .

**Problème 6.** Soient  $H$  l'orthocentre et  $G$  le centre de gravité d'un triangle  $ABC$  (dont les trois angles sont aigus) avec  $AB \neq AC$ . La droite  $AG$  coupe le cercle circonscrit à  $ABC$  en  $A$  et  $P$ . Soit  $P'$  le symétrique de  $P$  par rapport à  $BC$ . Démontrer que  $\angle CAB = 60^\circ$  si et seulement si  $HG = GP'$ .