Петък, 17 Април, 2015

Задача 4. Да се определи съществува ли безкрайна редица $a_1, a_2, a_3, \ldots$ от естествени числа, която удовлетворява равенството

$$a_{n+2} = a_{n+1} + \sqrt{a_{n+1} + a_n}$$

за всяко естествено число n.

Задача 5. Нека m и n са естествени числа, като $m > 1$. Анастасия разделя числата $1, 2, \ldots, 2m$ на m двойки. Борис избира по едно число от всяка двойка и пресмята сбора на избраните числа. Да се докаже, че Анастасия може да направи разделянето така, че Борис да не може да получи сбор, равен на n.

Задача 6. Нека H е ортоцентъра, а G е медицентъра на остроъгълен триъгълник ABC, за който $AB \neq AC$. Правата AG пресича описаната около триъгълник ABC окръжност в точките A и P. Нека P' е симетричната точка на P спрямо правата BC. Да се докаже, че $\angle CAB = 60°$ тогава и само тогава, когато $HG = GP'$.

Време за работа: 4 часа и 30 минути
Всяка задача се оценява със 7 точки