

4. حدد إذا ما وجد عدد غير منتهي من المتتابعة  $a_1, a_2, a_3, \dots$  من الأعداد الصحيحة الموجبة بحيث تحقق المساواة:

$$a_{n+2} = a_{n+1} + \sqrt{a_{n+1} + a_n}$$

لكل عدد صحيح موجب  $n$ .

5. نعتبر  $m, n$  عددين صحيحين موجبين بحيث  $m > 1$ . قسّمت نورا الأعداد الصحيحة  $1, 2, \dots, 2m$  إلى  $m$  من الثنائيات، بعد ذلك اختارت نزيهة عدداً صحيحاً واحداً من كل ثنائي ثم حسبت مجموع هذه الأعداد الصحيحة المختارة. أثبت أن نورا بإمكانها أن تختار الثنائيات بحيث أن نزيهة لا تستطيع أن تجعل من المجموع مساوي لـ  $n$ .

6. نعتبر  $H$  نقطة تقاطع ارتفاعات المثلث  $ABC$  ذو الزوايا الحادة و  $G$  نقطة تقاطع متوسطاته بحيث  $AB \neq AC$ . المستقيم  $AG$  يقطع الدائرة المحيطة بالمثلث  $ABC$  في  $A$  و  $P$ . نعتبر  $P'$  هي نظيرة  $P$  بالنسبة للمستقيم  $BC$ . أثبت أن  $\angle CAB = 60^\circ$  إذا وفقط إذا  $HG = GP'$ .

زمن الاختبار: 4 ساعات ونصف

يخصص لكل سؤال 7 درجات