



EGMO | 2015
European Girls' Mathematical Olympiad
Minsk, Belarus

Language: **Latvian**

Day: **1**

Ceturtdien, 2015. gada 16. aprīlī.

1. uzdevums. Šaurleņķa trijstūrī ABC no punkta C novilkts augstums CD . Leņķa $\angle ABC$ bisektrise krusto CD punktā E un atkārtoti krusto trijstūrī ADE apvilktu riņķa līniju ω punktā F . Pierādīt, ka, ja $\angle ADF = 45^\circ$, tad taisne CF ir riņķa līnijas ω pieskare.

2. uzdevums. *Domino kauliņš* ir kauliņš ar izmēriem 2×1 vai 1×2 rūtiņas. Noskaidrot, cik dažādos veidos var izvietot tieši n^2 domino kauliņus bez savstarpējas to pārklāšanās uz šaha galda ar izmēriem $2n \times 2n$ rūtiņas, tā, lai ikviens šī galda 2×2 rūtiņu kvadrāts saturētu vismaz 2 nenosegtas rūtiņas, kuras abas atrodas vienā un tajā pašā rindā vai arī vienā un tajā pašā kolonnā.

3. uzdevums. Doti naturāli skaitļi n, m lielāki par 1, un naturāli skaitļi a_1, a_2, \dots, a_m , kuri nav lielāki par n^m . Pierādīt, ka eksistē naturāli skaitļi b_1, b_2, \dots, b_m ne lielāki par n , tādi, ka

$$\gcd(a_1 + b_1, a_2 + b_2, \dots, a_m + b_m) < n,$$

kur ar $\gcd(x_1, x_2, \dots, x_m)$ apzīmē skaitļu x_1, x_2, \dots, x_m lielāko kopīgo dalītāju.