



EGMO | 2015
European Girls' Mathematical Olympiad
Minsk, Belarus

Language: Bulgarian

Day: 1

Четвъртък, 16 Април, 2015

Задача 1. В остроъгълен $\triangle ABC$ точка D е петата на височината от върха C . Ъглополовящата на $\angle ABC$ пресича CD в точка E и описаната окръжност ω около $\triangle ADE$ за втори път в точка F . Ако $\angle ADF = 45^\circ$, да се докаже, че CF е допирателна към ω .

Задача 2. Домино е 2×1 или 1×2 плочка. Да се определи по колко различни начина n^2 домина могат да се разположат без припокриване на $2n \times 2n$ шахматна дъска така, че всеки 2×2 квадрат да съдържа поне две непокрити единични квадратчета, които са в един ред или един стълб.

Задача 3. Нека n, m са цели числа, по-големи от 1, и нека a_1, a_2, \dots, a_m са естествени числа не по-големи от n^m . Да се докаже, че съществуват естествени числа b_1, b_2, \dots, b_m не по-големи от n , за които

$$\text{НОД}(a_1 + b_1, a_2 + b_2, \dots, a_m + b_m) < n,$$

където $\text{НОД}(x_1, x_2, \dots, x_m)$ означава най-големия общ делител на числата x_1, x_2, \dots, x_m .

Language: Bulgarian

Време за работа: 4 часа и 30 минути
Всяка задача се оценява със 7 точки