

*Ceturtdien, 2015. gada 16. aprīlī.*

**1. uzdevums.** Šaurleņķa trijstūrī  $ABC$  no punkta  $C$  novilkts augstums  $CD$ . Leņķa  $\angle ABC$  bisektrise krusto  $CD$  punktā  $E$  un atkārtoti krusto trijstūrī  $ADE$  apvilktu riņķa līniju  $\omega$  punktā  $F$ . Pierādīt, ka, ja  $\angle ADF = 45^\circ$ , tad taisne  $CF$  ir riņķa līnijas  $\omega$  pieskare.

**2. uzdevums.** *Domino kauliņš* ir kauliņš ar izmēriem  $2 \times 1$  vai  $1 \times 2$  rūtiņas. Noskaidrot, cik dažādos veidos var izvietot tieši  $n^2$  domino kauliņus bez savstarpējas to pārklāšanās uz šaha galda ar izmēriem  $2n \times 2n$  rūtiņas, tā, lai ikviens šī galda  $2 \times 2$  rūtiņu kvadrāts saturētu vismaz 2 nenosegtas rūtiņas, kuras abas atrodas vienā un tajā pašā rindā vai arī vienā un tajā pašā kolonnā.

**3. uzdevums.** Doti naturāli skaitļi  $n, m$  lielāki par 1, un naturāli skaitļi  $a_1, a_2, \dots, a_m$ , kuri nav lielāki par  $n^m$ . Pierādīt, ka eksistē naturāli skaitļi  $b_1, b_2, \dots, b_m$  ne lielāki par  $n$ , tādi, ka

$$\gcd(a_1 + b_1, a_2 + b_2, \dots, a_m + b_m) < n,$$

kur ar  $\gcd(x_1, x_2, \dots, x_m)$  apzīmē skaitļu  $x_1, x_2, \dots, x_m$  lielāko kopīgo dalītāju.