



EGMO | 2014  
European Girls' Mathematical Olympiad  
Antalya • Turkey

Language: Serbian

Day: 2

nedelja, 13. april 2014.

**Zadatak 4.** Odrediti sve prirodne brojeve  $n \geq 2$  za koje postoje celi brojevi  $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}$  tako da važi: Ako  $0 < i < n$ ,  $0 < j < n$ ,  $i \neq j$  i  $n$  deli  $2i + j$ , onda  $x_i < x_j$ .

**Zadatak 5.** Neka je  $n$  prirodan broj. Dato je  $n$  kutija i u svakoj od njih nalazi se nenegativan broj kamenčića. U svakom potezu dozvoljeno je uzeti dva kamenčića iz neke kutije, odstraniti jedan od njih, a drugi staviti u neku drugu kutiju. Početnu konfiguraciju kamenčića zovemo *rešivom* ako je u konačnom (nenegativnom) broju poteza moguće dostići konfiguraciju bez praznih kutija. Odrediti sve početne konfiguracije koje nisu rešive, ali postaju rešive čim se doda jedan kamenčić u bilo koju kutiju.

**Zadatak 6.** Odrediti sve funkcije  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tako da

$$f(y^2 + 2xf(y) + f(x)^2) = (y + f(x))(x + f(y))$$

važi za sve realne brojeve  $x$  i  $y$ .