



EGMO | 2014  
European Girls' Mathematical Olympiad  
Antalya • Turkey

Language: Japanese

Day: 2

2014年4月13日 日曜日

**問題 4.** 次の条件をみたす整数  $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}$  が存在するような, 2以上の整数  $n$  をすべて求めよ:

$0 < i < n, 0 < j < n, i \neq j$  であり,  $n$  が  $2i + j$  を割りきるならば,  $x_i < x_j$  である.

**問題 5.**  $n$  を正の整数とする.  $n$  個の箱があり, それぞれの箱には非負整数個の石が入っている. いま, 次の操作を行うことができる:

1つの箱を選んで2個の石を取り出し, 1個の石を捨て, もう1個の石を別の箱を選んで入れる.

石の初期状態が**可解**であるとは, 有限回 (0回でもよい) の操作で, 空の箱がない状態にできることをいう. 可解でない初期状態であって, どの箱に新しく1個の石を追加したときも可解となるようなものをすべて求めよ.

**問題 6.** 実数に対して定義され実数値をとる関数  $f$  であって, 任意の実数  $x, y$  に対して

$$f(y^2 + 2xf(y) + f(x)^2) = (y + f(x))(x + f(y))$$

が成り立つものをすべて求めよ.