Language: **Ukrainian**

Day: **2**

Неділя, 13 квітня, 2014 року

Задача 4. Знайдіть всі цілі числа $n \geq 2$ для яких існують цілі числа $x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}$, що задовольняють умову: якщо $0 < i < n$, $0 < j < n$, $i \neq j$ та $2i + j$ ділиться на n, то $x_i < x_j$.

Задача 5. Нехай n — натуральне число. Маємо n коробок, кожна з яких містить невід'ємну кількість камінців. На кожному кроці ми можемо взяти два камінці з довільної коробки, один з них викинути, а другий покласти в іншу коробку на наш розсуд. Початкове розміщення камінців назвемо "гарним" якщо з нього, за скінченну кількість кроків (можливо за нуль кроків), можна отримати розміщення камінців без порожніх коробок. Знайдіть усі початкові розміщення камінців, які не є гарними, але при додаванні ще одного камінця до довільної коробки стають гарними.

Задача 6. Знайти усі функції $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, що задовольняють співвідношення

$$f(y^2 + 2xf(y) + f(x)^2) = (y + f(x))(x + f(y))$$

для довільних дійсних чисел x та y.

Час: 4 години та 30 хвилин
Кожна задача оцінюється в 7 балів