Nedelja, 13. april, 2014

Naloga 4. Poišči vsa naravna števila $n \geq 2$, za katera obstajajo cela števila $x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}$, da iz $0 < i < n$, $0 < j < n$, $i \neq j$ in n deli $2i + j$, sledi $x_i < x_j$.

Naloga 5. Imamo $n \geq 1$ škatel. V vsaki škatli imamo na začetku nekaj bonbonov ali pa je prazna. Igramo igro, pri kateri lahko na vsaki potezi izberemo poljubno škatlo in iz nje vzamemo dva bonbona. En bonbon pojemo, drugega pa vrnemo v neko drugo poljubno izbrano škatlo. Začetni razporeditvi bonbonov, pri kateri lahko po končno mnogo potezah (lahko tudi 0) pridemo do razporeditve, pri kateri vsaka škatla vsebuje vsaj en bonbon, pravimo *pravična* razporeditev. Poišči vse začetne razporeditve bonbonov, ki niso *pravične*, in postanejo *pravične*, če eni škatli v začetni razporeditvi (ni pomembno kateri) dodamo en bonbon.

Naloga 6. Poišči vse funkcije $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, ki zadoščajo pogoju

$$f(y^2 + 2xf(y) + f(x)^2) = (y + f(x))(x + f(y)),$$

za poljubni realni števili x in y.