nedelja, 13. april 2014.

Zadatak 4. Odrediti sve prirodne brojeve $n \geq 2$ za koje postoje celi brojevi $x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}$ tako da važi: Ako $0 < i < n$, $0 < j < n$, $i \neq j$ i n deli $2i + j$, onda $x_i < x_j$.

Zadatak 5. Neka je n prirodan broj. Dato je n kutija i u svakoj od njih nalazi se nenegativan broj kamenčića. U svakom potezu dozvoljeno je uzeti dva kamenčića iz neke kutije, odstraniti jedan od njih, a drugi staviti u neku drugu kutiju. Početnu konfiguraciju kamenčića zovemo *rešivom* ako je u konačnom (nenegativnom) broju poteza moguće dostići konfiguraciju bez praznih kutija. Odrediti sve početne konfiguracije koje nisu rešive, ali postaju rešive čim se doda jedan kamenčić u bilo koju kutiju.

Zadatak 6. Odrediti sve funkcije $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tako da

$$f(y^2 + 2xf(y) + f(x)^2) = (y + f(x))(x + f(y))$$

važi za sve realne brojeve x i y.

Vreme: 4 sata i 30 minuta
Svaki zadatak vredi 7 poena.