Svētdien, 2014. gada 13. aprīlī.

Problem 4. Atrast visus naturālos skaitļus $n \geq 2$, kuriem eksistē veseli skaitļi $x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}$, tādi, ka, ja $0 < i < n$, $0 < j < n$, $i \neq j$ un $2i + j$ dalās ar n, tad $x_i < x_j$.

Problem 5. Dots naturāls skaitlis n. Mums ir n kastes, un katrā no tām atrodas nenegatīvs skaits nelielu akmeņu. Katrā gājienā ir atļauts paņemt divus akmeņus no kādas kastes, vienu no tiem aizsviest, bet otru ielikt kādā citā kastē pēc mūsu izvēles. Akmeņu izkārtojumu kastēs sauksim par *Atrisināmu*, ja ar galīgu gājienu skaitu (pieļaujams arī ar 0 gājieniem) iespējams panākt izkārtojumu, kurā neviena no kastēm nav tukša. Atrast visus tādus akmeņu izkārtojumus, kuri sākotnēji nav *Atrisināmi*, bet kļūst *Atrisināmi* pievienojot vienu akmeni jebkurā no kastēm, neatkarīgi no tā, kuru kasti mēs izvēlētos.

Problem 6. Ar $\mathbb{R}$ apzīmē reālo skaitļu kopu. Atrast visas funkcijas $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, tādas, ka visiem reālu skaitļu pāriem x un y izpildās sakarība:

$$f(y^2 + 2xf(y) + f(x)^2) = (y + f(x))(x + f(y))$$

.

Risināšanas laiks: 4 stundas un 30 minūtes.
Katru uzdevumu vērtē ar 7 punktiem.