

2014年4月13日 日曜日

問題 4. 次の条件をみたす整数 x_1, x_2, \dots, x_{n-1} が存在するような, 2以上の整数 n をすべて求めよ:

$0 < i < n, 0 < j < n, i \neq j$ であり, n が $2i + j$ を割りきるならば, $x_i < x_j$ である.

問題 5. n を正の整数とする. n 個の箱があり, それぞれの箱には非負整数個の石が入っている. いま, 次の操作を行うことができる:

1つの箱を選んで2個の石を取り出し, 1個の石を捨て, もう1個の石を別の箱を選んで入れる.

石の初期状態が**可解**であるとは, 有限回 (0回でもよい) の操作で, 空の箱がない状態にできることをいう. 可解でない初期状態であって, どの箱に新しく1個の石を追加したときも可解となるようなものをすべて求めよ.

問題 6. 実数に対して定義され実数値をとる関数 f であって, 任意の実数 x, y に対して

$$f(y^2 + 2xf(y) + f(x)^2) = (y + f(x))(x + f(y))$$

が成り立つものをすべて求めよ.