*Zondag 13 april 2014*

**Opgave 4.** Bepaal alle gehele getallen $n \geq 2$ waarvoor er gehele getallen $x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}$ bestaan met de volgende eigenschap: als $0 < i < n$, $0 < j < n$, $i \neq j$ en $n$ is een deler van $2i + j$, dan is $x_i < x_j$.

**Opgave 5.** Zij $n$ een positief geheel getal. We hebben $n$ dozen met in elke doos een niet-negatief aantal kiezelstenen. Bij elke zet mogen we twee kiezelstenen pakken uit een doos die we zelf kiezen, één kiezelsteen weggooien en de de andere kiezelsteen in een andere zelfgekozen doos stoppen. Een beginverdeling van kiezelstenen over de dozen heet *oplosbaar* als het mogelijk is om in een eindig aantal zetten (eventueel nul zetten) een situatie te bereiken waarin geen enkele doos leeg is. Bepaal alle beginverdelingen die niet oplosbaar zijn, maar die wel oplosbaar worden als je aan een willekeurige doos een kiezelsteen toevoegt.

**Opgave 6.** Bepaal alle functies $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ die voldoen aan

$$f(y^2 + 2xf(y) + f(x)^2) = (y + f(x))(x + f(y))$$

voor alle reële $x$ en $y$.



Beschikbare tijd: 4 uur en 30 minuten
Elke opgave is 7 punten waard