Неделя, 13 Април, 2014

Задача 4. Да се намерят всички цели числа $n \geq 2$ за които съществуват такива цели числа $x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}$, че ако $0 < i < n$, $0 < j < n$, $i \neq j$ и n дели $2i + j$, то $x_i < x_j$.

Задача 5. Дадено е естествено число n. Имаме n кутии във всяка от които има неотрицателен брой камъчета. На всеки ход можем да изберем произволна кутия, да вземем две камъчета от нея, да изхвърлим едното от тях и да поставим другото в някоя от останалите кутии. Първоначално разпределение на камъчетата се нарича *разрешимо*, ако с краен брой ходове (възможно нула) можем да достигнем до разпределение без празни кутии. Да се определят всички първоначални конфигурации, които не са разрешими, но стават разрешими при добавяне на камъче в коя да е от кутиите.

Задача 6. Да се намерят всички функции $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ за които

$$f\big(y^2 + 2xf(y) + f(x)^2\big) = (y + f(x))(x + f(y))$$

за произволни реални числа x и y.

Време за работа: 4 часа и 30 минути
Всяка задача се оценява със 7 точки