

الأحد 13 أبريل 2014

السؤال الرابع

حددي جميع القيم الممكنة للعدد الصحيح $n \geq 2$ والذي يحقق الشرط التالي:
توجد أعداد صحيحة x_1, x_2, \dots, x_{n-1} بحيث أنه إذا كان $0 < i < n, 0 < j < n$ حيث $i \neq j$ ، و n تقسم $2i + j$ فإن $x_i < x_j$.

السؤال الخامس

ليكن n عدد صحيح موجب. لدينا صندوق يحتوي كل منها على عدد غير سالب من الكرات الصغيرة. في كل خطوة يمكننا اختيار صندوق وأخذ كرتين منه بحيث نتخلص من إحدى الكرات ونضع الكرة الأخرى في صندوق آخر نختاره. نقول أن الترتيب الأولي للكرات قابل للحل (solvable) إذا كان بإمكاننا الوصول بعد عدد منتهى من الخطوات (قد يكون عدد الخطوات صفر) إلى ترتيب آخر للكرات بحيث لا يكون لدينا أي صندوق خال. حددي جميع الترتيبات الأولية للكرات الغير قابلة للحل (not solvable) والتي تتحول إلى ترتيب أولي للكرات قابل للحل (solvable) بعد إضافة كرة واحدة فقط لأحد الصناديق بغض النظر عن الصندوق الذي تضاف إليه الكرة.

السؤال السادس

حددي جميع الدوال $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ والتي تحقق

$$f(y^2 + 2xf(y) + f(x)^2) = (y + f(x))(x + f(y))$$

لكل عدد حقيقي x, y .