



EGMO | 2014
European Girls' Mathematical Olympiad
Antalya • Turkey

Language: **Latvian**

Day: **1**

Sestdien, 2014. gada 12. aprīlī.

- 1. uzdevums.** Atrast visas reālas konstantes t , tādas, ka no tā, ka a, b, c ir patvaļīga trijstūra malu garumi, izriet tas, ka arī $a^2 + bct$, $b^2 + cat$, $c^2 + abt$ ir kāda trijstūra malu garumi.
- 2. uzdevums.** Trijstūra ABC malas AB iekšējs punkts D un, attiecīgi, malas AC iekšējs punkts E doti tā, ka $DB = BC = CE$. Punkts F ir taisņu CD un BE krustpunkts. Pierādīt, ka trijstūrī ABC ievilktais riņķa līnijas centrs I , trijstūra DEF augstumu krustpunkts H un trijstūrim ABC apvilktās riņķa līnijas loka BAC viduspunkts M atrodas uz vienas taisnes.
- 3. uzdevums.** Apzīmēsim naturāla skaitļa m visu pozitīvo dalītāju skaitu ar $d(m)$, un skaitļa m dažādo pirmreizinātāju skaitu ar $\omega(m)$. Dots naturāls skaitlis k . Pierādīt, ka eksistē bezgalīgi daudz naturālu skaitļu n tādu, ka $\omega(n) = k$ un $d(a^2 + b^2)$ nedalās ar $d(n)$ visiem naturālu skaitļu pāriem a un b , kuriem izpildās sakarība $a + b = n$.