



EGMO | 2014
European Girls' Mathematical Olympiad
Antalya • Turkey

Language: Japanese

Day: 1

2014年4月12日 土曜日

問題 1. 次の条件をみたす実数 t をすべて求めよ :

三辺の長さが a, b, c である三角形が存在するような任意の実数 a, b, c について, 三辺の長さが $a^2 + bct, b^2 + cat, c^2 + abt$ である三角形が存在する.

問題 2. 三角形 ABC の辺 AB, AC 上 (端点は含まない) にそれぞれ点 D, E があり, $DB = BC = CE$ をみたしている. 直線 CD と BE の交点を F , 三角形 ABC の内心を I , 三角形 DEF の垂心を H とし, また, 三角形 ABC の外接円の弧 \widehat{BAC} の中点を M とする. このとき, I, H, M が同一直線上にあることを示せ.

問題 3. 正の整数 m に対し, $d(m)$ で m の正の約数の個数を表し, $\omega(m)$ で m の異なる素因数の個数を表す. k を正の整数とすると, 次の2つの条件をみたす正の整数 n が無限個存在することを示せ.

- $\omega(n) = k$.
- $a + b = n$ なる任意の正の整数 a, b について, $d(n)$ が $d(a^2 + b^2)$ を割り切らない.