Language: **Dutch**

Day: **1**

EGMO | 2014
European Girls' Mathematical Olympiad
Antalya · Turkey

Zaterdag 12 april 2014

Opgave 1. Bepaal alle reële getallen t zodat voor elke a, b, c die de lengtes van de zijden van een driehoek zijn, ook $a^2 + bct$, $b^2 + cat$, $c^2 + abt$ de lengtes van de zijden van een driehoek zijn.

Opgave 2. Punten D en E liggen in het inwendige van respectievelijk zijden AB en AC van een driehoek ABC, zodat $|DB| = |BC| = |CE|$. De lijnen CD en BE snijden in F. Bewijs dat de volgende drie punten op een lijn liggen: het middelpunt I van de ingeschreven cirkel van driehoek ABC, het hoogtepunt H van driehoek DEF en het midden M van de boog BAC (de boog BC waar A ook op ligt) van de omgeschreven cirkel van driehoek ABC.

Opgave 3. Voor een positief geheel getal m noemen we $d(m)$ het aantal positieve delers van m en $\omega(m)$ het aantal verschillende priemdelers van m. Zij k een positief geheel getal. Bewijs dat er oneindig veel positieve gehele getallen n bestaan zodat $\omega(n) = k$ en $d(n)$ geen deler is van $d(a^2 + b^2)$ voor alle positieve gehele getallen a en b met $a + b = n$.

Beschikbare tijd: 4 uur en 30 minuten
Elke opgave is 7 punten waard